



Adı Soyadı

Öğrenci Numarası

Bölüm

Grup No

Sınav Yeri

Öğrencinin İmzası

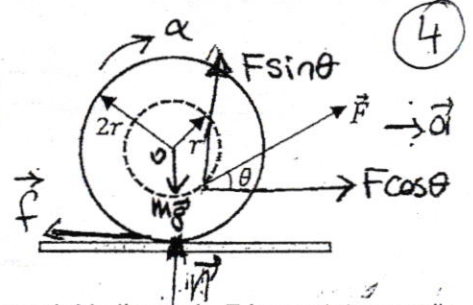
Dersi veren Öğretim

Üyesinin Adı Soyadı

YÖK'ün 2547 sayılı Kanununun Öğrenci Disiplin Yönetmeliğinin 9. Maddesi olan "Sınavlarda kopya yapmak ve yaptırmak veya buna teşebbüs etmek" fiili işleyenler bir veya iki yarıyıl uzaklaştırma cezası alırlar. Hesap makinası kullanılmayacaktır. Problemlerle ilgili herhangi bir soru sormayınız. Herhangi bir açıklama kesinlikle yapılmayacaktır. Çözümlerinizi okunaklı ve size ayrılan alanlarda yapınız.

PROBLEM 1

Üzerine ip sarılı m kütleli bir makara, pürüzlü bir yatay zemin üzerinde durmaktadır. Makaranın merkezinden geçen eksene göre eylemsizlik momenti $I_{KM} = 2mr^2$ ve makaranın yarıçapı $2r$ dir. İpin sarıldığı kasmağın yarıçapı r dir. Makara, ip tarafından yatayla θ açısı yapan sabit bir \vec{F} kuvvetiyle kaymadan çekilmektedir. Makara kaymadan sağa doğru yuvarlanma hareketi yapmaktadır.



(a) Makaranın serbest cisim diyagramını şekil üzerinde çizip hareket denklemlerini yazınız.

$$\Sigma F_x = F \cos \theta - f = m a \quad (1)$$

$$\textcircled{2} \Sigma F_y = N + F \sin \theta - mg = 0 \quad (2)$$

$$\textcircled{3} \Sigma \tau_o = f \cdot 2r - F \cdot r = I \alpha \quad (3)$$

$$\alpha = \frac{a}{2r} \quad \text{ve} \quad I = 2mr^2$$

$$\textcircled{1} \boxed{f = \frac{F + mg}{2}}$$

(b) Makaranın kütle merkezinin ivmesini soruda verilenler cinsinden bulunuz.

f (1)'de yerine yazılırsa

$$\textcircled{2} F \cos \theta - \frac{F}{2} - \frac{mg}{2} = ma$$

$$2F \cos \theta - F = 2ma + mg$$

$$\textcircled{2} F(2 \cos \theta - 1) = 3ma$$

$$\boxed{a = \frac{F(2 \cos \theta - 1)}{3m}}$$

(c) İş ve enerji yöntemini kullanarak, F kuvvetinin yaptığı işi zamanın fonksiyonu olarak verilenler cinsinden bulunuz.

$$\textcircled{1} W_F = \Delta K = K_s - K_i = 0$$

$$\textcircled{2} W_F = \frac{1}{2} m v_{KM}^2 + \frac{1}{2} I_{KM} \omega^2$$

$$\omega = \frac{v_{KM}}{2r}$$

$$\textcircled{2} W_F = \frac{1}{2} m v_{KM}^2 + \frac{1}{2} \cdot 2mr^2 \cdot \frac{v_{KM}^2}{4r^2}$$

$$W_F = \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{4} \right) m v_{KM}^2$$

$$\textcircled{2} \boxed{W_F = \frac{3}{4} m v_{KM}^2}$$

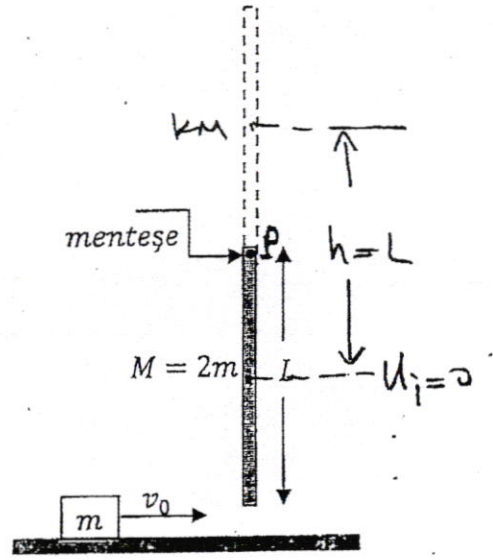
$$\textcircled{2} v_{KM} = v_0 + at$$

$$\textcircled{1} \boxed{v_{KM} = \frac{F(2 \cos \theta - 1)}{3m} \cdot t} \quad \text{W}_F \text{ 'de yerine yazılır.}$$

$$\textcircled{1} \boxed{W_F = \frac{F^2}{12m} (2 \cos \theta - 1)^2 t^2}$$

PROBLEM 2

m kütleli bir blok, sürtünmesiz yatay yüzey üzerinde v_0 hızıyla kaymaktadır. $M = 2m$ kütleli ve L uzunluklu düzgün ince bir çubuk ile esnek çarpışma yapmaktadır. Başlangıçta (şekildeki gibi) düşey ekseninde hareketsiz durmakta olan çubuk, sürtünmesiz bir mil ile menteşelenmiştir. Çarpışmadan sonra, blok yoluna devam etmektedir ($I_{KM} = \frac{1}{12}ML^2$).



(Çarpışma boyunca çizgisel momentumun (\vec{P}) korunmadığına dikkat ediniz.)

(a) Çarpışmadan hemen sonra bloğun hızını (v), çubuğun açısal hızını (ω) ve kütle merkezinin çizgisel hızını (v_{KM}), v_0 ve L cinsinden bulunuz.

$$i) \vec{L}_i = \vec{L}_s \quad (1)$$

$$mv_0L = mvL + I_P \omega \quad (1)$$

$$I_P = I_{Kut} + 2m\left(\frac{L}{2}\right)^2 = \frac{1}{12} \cdot 2m \cdot L^2 + m\frac{L^2}{2}$$

$$I_P = \frac{2}{3}mL^2 \quad (1)$$

$$\Delta mv_0L = mvL + \frac{2}{3}mL^2 \cdot \omega$$

$$v_0 = v + \frac{2}{3}L\omega \quad (2)$$

$$v_0 - v = \frac{2}{3}L\omega \quad (1)$$

$$ii) K_i = K_s \quad (1)$$

$$\frac{1}{2}mv_0^2 = \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2} \cdot I_P \omega^2 \quad (1)$$

$$mv_0^2 = mv^2 + \frac{2}{3}mL^2\omega^2 \quad (1)$$

$$v_0^2 = v^2 + \frac{2}{3}L^2\omega^2 \quad (1)$$

$$(1) (v_0 - v)(v_0 + v) = \frac{2}{3}L^2\omega^2$$

$$\frac{2}{3}K_{Kut} \cdot (v_0 + v) = \frac{2}{3}L^2\omega^2$$

$$(1) v_0 + v = L\omega \quad (2) \Rightarrow$$

(1) ve (2) den...

$$\omega = \frac{6}{5} \frac{v_0}{L} \quad \text{ve} \quad v = \frac{v_0}{5} \quad \text{bulunur.} \quad (1)$$

$$v_{KM} = \omega \cdot \frac{L}{2} \Rightarrow v_{KM} = \frac{3}{5}v_0 \quad (1)$$

(b) Çubuğun şekildeki gibi (kesikli çizgilerle gösterilen) tam tepeye kadar dönme hareketine devam edebilmesi için gereken minimum v_0 , başlangıç hızı g ve L cinsinden ne olmalıdır?

$$E_i = E_s \quad (2)$$

$$\frac{1}{2}I_P \omega^2 = 2mgL \quad (2)$$

$$\frac{1}{2} \cdot \frac{2}{3}mL^2 \left(\frac{6}{5} \frac{v_0}{L}\right)^2 = 2mgL \quad (2)$$

$$\frac{K}{8} \cdot \frac{36}{25} \cdot \frac{v_0^2}{L^2} = 2g \quad (2)$$

$$v_0^2 = \frac{25}{12} \cdot 2 \cdot gL \quad (2)$$

$$v_0 = 5 \sqrt{\frac{gL}{6}} \quad (2)$$