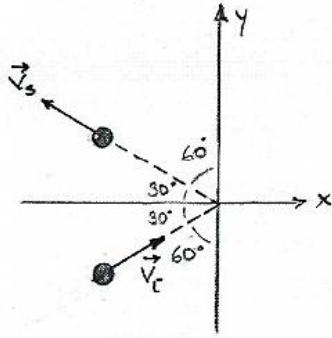
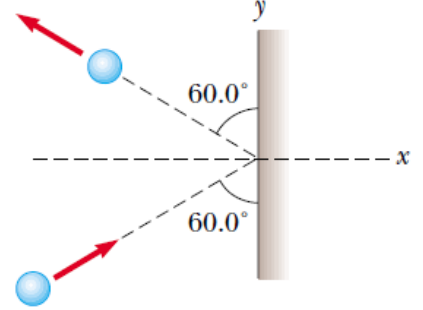


Fizik-1 Uygulama-5

Lineer Momentum ve Çarpışmalar

- 1- 3 kg kütleli bir çelik top büyük bir duvara Şekil 3'deki gibi, duvarla 60° açı yapacak şekilde 10 m/s hızla çarpar ve aynı hız ve açı ile yansıtılır. Eğer top, duvarla 0.20 s temasta kalırsa duvarın topa uyguladığı ortalama kuvvet nedir?



$$m = 3 \text{ kg}$$

$$\Delta t = 0,2 \text{ s}$$

$$V_i = 10 \text{ m/s}$$

$$V_f = 10 \text{ m/s}$$

$$\vec{V}_i = V_x \vec{i} + V_y \vec{j}$$

$$= V_i (\cos 30^\circ \vec{i} + \sin 30^\circ \vec{j})$$

$$\vec{V}_f = V_i (-\cos 30^\circ \vec{i} + \sin 30^\circ \vec{j})$$

$$\vec{P}_i = m \cdot \vec{V}_i, \quad \vec{P}_f = m \cdot \vec{V}_f$$

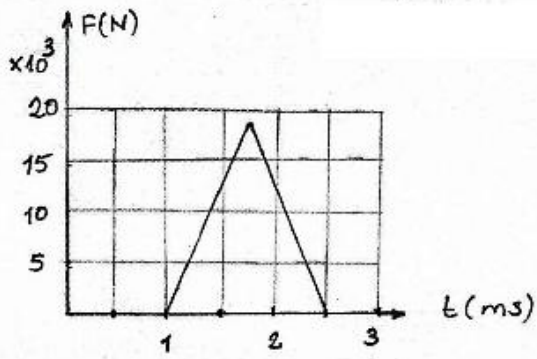
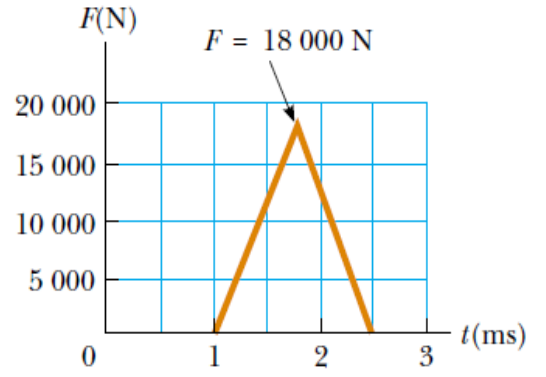
$\Delta \vec{P} = \vec{F} \cdot \Delta t$, Parçacığa etkiyen kuvvetin sabit olması durumunda $\vec{F} = \vec{F}$ dir, böylece

$$\Delta \vec{P} = \vec{F} \cdot \Delta t \rightarrow \vec{F} = \frac{\Delta \vec{P}}{\Delta t} = \frac{\vec{P}_f - \vec{P}_i}{\Delta t} = \frac{m V_i [-\cos 30^\circ \vec{i} + \sin 30^\circ \vec{j} - (\cos 30^\circ \vec{i} + \sin 30^\circ \vec{j})]}{\Delta t}$$

$$\vec{F} = \frac{-2 m V_i \cos 30^\circ \vec{i}}{\Delta t} = \frac{-2 \cdot 3 \cdot 10 \cdot \cos 30^\circ}{0,2} \vec{i}$$

$$= \underline{\underline{-260 \vec{i} \text{ N}}}$$

- 2- Bir beyzbol topuna sopanın uyguladığı kuvvet Şekil'deki gibidir. Bu eğriden,
 a) topa aktarılan impulsu,
 b) topa uygulanan ortalama kuvveti,
 c) topa uygulanan en büyük kuvveti bulunuz.



a) İtme (impuls) $F-t$ grafiğinde eğrinin altındaki alana eşittir.

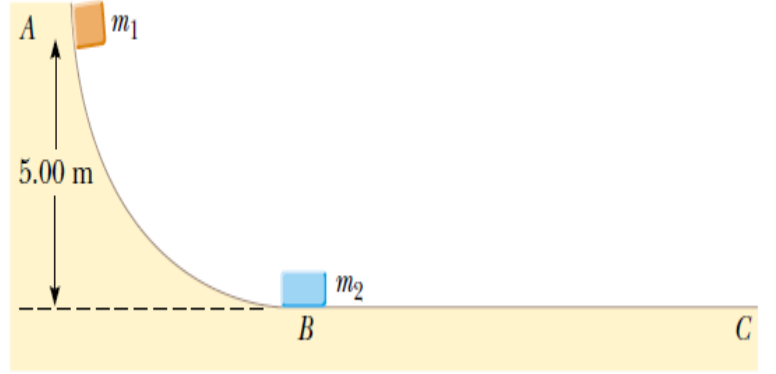
$$I = \frac{1}{2} (1,5 \cdot 10^{-3} \text{ s} \times 18000 \text{ N}) = 13,5 \text{ N}\cdot\text{s}$$

b) Ortalama kuvvet, $\bar{F} = \frac{1}{\Delta t} \int_{t_i}^{t_s} F \cdot dt = \frac{I}{\Delta t}$

$$\bar{F} = \frac{13,5 \text{ N}\cdot\text{s}}{1,5 \cdot 10^{-3} \text{ s}} = \underline{\underline{9 \cdot 10^3 \text{ N}}}$$

c) Grafikten $F_{\text{max}} = 18000 \text{ N}$

- 3- Şekil'de gösterilen sürtünmesiz ABC rayını göz önüne alınız. $m_1 = 5 \text{ kg}$ kütleli bir blok A'dan serbest bırakılıyor ve B'de duran $m_2 = 10 \text{ kg}$ kütleli blokla esnek olarak çarpışıyor. Çarpışmadan sonra m_1 'in çıkabileceği maksimum yüksekliği hesaplayınız.



$h = 5 \text{ m}$
 $m_1 = 5 \text{ kg}, m_2 = 10 \text{ kg}$

h
 A m_1
 B m_2 C ($U_g = 0$)

$E_A = E_B$
 $\frac{1}{2} m_1 v_A^2 + U_A = \frac{1}{2} m_1 v_{B,1}^2 + U_B$
 $m_1 \cdot g \cdot h = \frac{1}{2} m_1 v_{B,1}^2 \rightarrow v_{B,1} = \sqrt{2gh} = \sqrt{2 \cdot 10 \cdot 5} = 10 \text{ m/s}$
(m_1 cisminin B noktasında, çarpışmadan hemen önceki hızı)

m_1 ve m_2 cisimleri öncek çarpışma yapıyor, öncek çarpışmada

1) momentum korunur:

$$m_1 v_1 + m_2 v_2 = m_1 v_1' + m_2 v_2'$$

$$m_1(v_1 - v_1') = m_2 v_2'$$

$$5(v_1 - v_1') = 10 \cdot v_2' \Rightarrow \boxed{v_1 - v_1' = 2v_2'}$$

2) Kinetik enerji korunur:

$$\frac{1}{2} m_1 v_1^2 + \frac{1}{2} m_2 v_2^2 = \frac{1}{2} m_1 v_1'^2 + \frac{1}{2} m_2 v_2'^2$$

$$m_1(v_1^2 - v_1'^2) = m_2 v_2'^2$$

$$5(v_1^2 - v_1'^2) = 10v_2'^2 \rightarrow \boxed{(v_1^2 - v_1'^2) = 2v_2'^2}$$

Sol taraf iki kare farkıdır, $(v_1 - v_1')(v_1 + v_1') = 2v_2'^2$

① ifadesi burada yerleştirilirse, $2v_2' \cdot (v_1 + v_1') = 2v_2'^2 \rightarrow \boxed{v_1 + v_1' = v_2'} \text{ ③}$

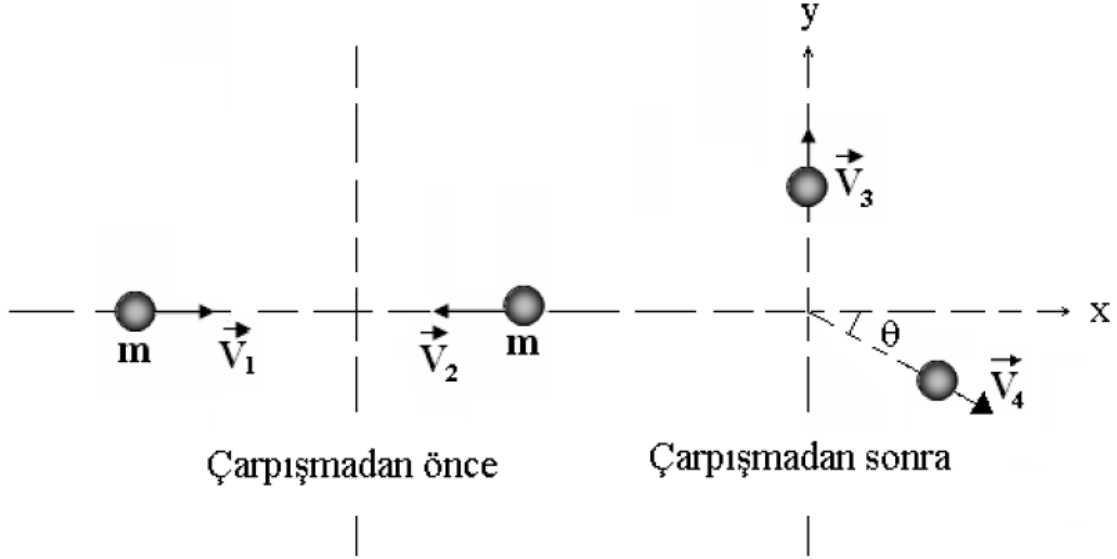
① ve ③ ifadeleri birleştirilirse $v_1 - v_1' = 2 \cdot (v_1 + v_1') = 2v_1 + 2v_1'$

$v_1 = v_{B,1} = 10 \text{ m/s} \rightarrow -v_1 = 3v_1' \rightarrow v_1' = -\frac{v_1}{3} = -\frac{10}{3} \text{ m/s}$

* Bu sonuca göre, m_1 kütleli çarpışmadan sonra geriye doğru hareket etmektedir, A' noktasına kadar yükselebilir olsun, bu durumda m_1 kütleli cisim çarpışma sonrası enerji korunumu yazılırsa

$$E_B = E_{A'} \\ \frac{1}{2} m_1 v_1^2 = \frac{1}{2} m_1 g \cdot h_{\max} \rightarrow h_{\max} = \frac{v_1'^2}{2g} = \frac{(-10/3)^2}{2 \cdot 10} = \frac{5}{9} \text{ m}$$

4- Şekil'de görüldüğü gibi, birbirlerine doğru sırasıyla $v_1=8\text{ m/s}$, $v_2=5\text{ m/s}$ hızlarla yaklaşan eşit kütleli iki bardo topu esnek olarak çarpışıyor. Çarpışmadan sonra toplardan biri $+y$ eksenini yönünde hareketine devam ediyor. Topların çarpışmadan sonraki hızlarını birim vektörler cinsinden bulunuz.



Topların ilk hızları,

$$\vec{v}_1 = (8\text{ m/s})\vec{i} \text{ ve } \vec{v}_2 = (-5\text{ m/s})\vec{i} \text{ dir.}$$

Çarpışmadan sonra y eksenini doğrultusunda hareket eden topun hızı, $\vec{v}_3 = v_3\vec{j}$ dir. İkinci topun çarpışmadan sonraki hızı da $\vec{v}_4 = v_{4x}\vec{i} + v_{4y}\vec{j}$ olsun.

Momentum korunumundan,

$$m(8\text{ m/s})\vec{i} + m(-5\text{ m/s})\vec{i} = m v_3\vec{j} + m(v_{4x}\vec{i} + v_{4y}\vec{j})$$

x ve y bileşenlerini eşitlersek

$$v_{4x} = (8\text{ m/s}) + (-5\text{ m/s}) = 3\text{ m/s}$$

$$0 = v_3 + v_{4y} \longrightarrow v_{4y} = -v_3$$

Çarpışma esnek olduğundan kinetik enerji korunur:

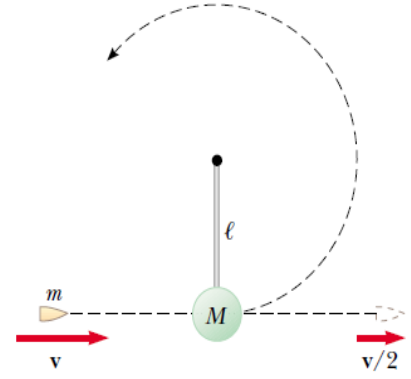
$$\frac{1}{2}m(8\text{ m/s})^2 + \frac{1}{2}m(-5\text{ m/s})^2 = \frac{1}{2}m v_3^2 + \frac{1}{2}m(v_{4x}^2 + v_{4y}^2)$$

$$64 + 25 = v_3^2 + 9 + v_3^2 \longrightarrow v_3 = \sqrt{40} \cong 6,3\text{ m/s}$$

$$v_{4y} = -v_3 = -6,3\text{ m/s}$$

$$\vec{v}_3 = 6,3\vec{j}, \quad \vec{v}_4 = v_{4x}\vec{i} + v_{4y}\vec{j} = (3\text{ m/s})\vec{i} - (6,3\text{ m/s})\vec{j}$$

- 5- Şekil'de görüldüğü gibi, m_1 kütleli ve v hızlı bir mermi, m_2 kütleli bir sarkaç içinden geçer ve $v/2$ hızı ile çıkar. Sarkaç " l " uzunluğunda ve kütlesi ihmal edilebilen bir ipin ucunda asılıdır. Sarkacın tam bir dişey daire üzerinde hareket edebilmesi için minimum v hızı ne olmalıdır?



Mermi, sarkaç ile esnek olmayan çarpışma yapar.
Yatay ekseninde momentum korunurunu yazarsak,

$$P_x = P_x'$$

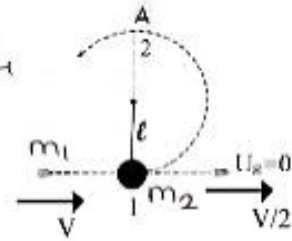
$$m_1 v_1 + m_2 v_2 = m_1 v_1' + m_2 v_2'$$

$$m_1 v + 0 = m_1 \frac{v}{2} + m_2 v_2'$$

$$v = \frac{2m_2 v_2'}{m_1} \text{ veya}$$

$$\boxed{v_2' = \frac{m_1 v}{2m_2}} \quad (1)$$

Sarkacın çarpışmadan hemen sonra en alt noktadaki hızıdır.



Sarkaç için enerji korunurunu yazılırsa,

$$E_1 = E_2$$

$$K_1 + U_1 = K_2 + U_2$$

$$\frac{1}{2} m_2 v_2'^2 = \frac{1}{2} m_2 v_A^2 + m_2 g \cdot 2l$$

$$v_2'^2 - v_A^2 = 4gl \quad (2)$$

Sarkacın tam bir dişey dairede hareket edebilmesi için



$$\Sigma F_r = \frac{m v^2}{r}$$

$$\cancel{T} + m_2 g = \frac{m_2 v_A^2}{l} \quad \text{Tepedeki hızın min. olması için } T=0 \text{ olmalıdır.}$$

$$m_2 g = \frac{m_2 v_A^2}{l} \rightarrow \boxed{v_A^2 = gl} \quad (3)$$

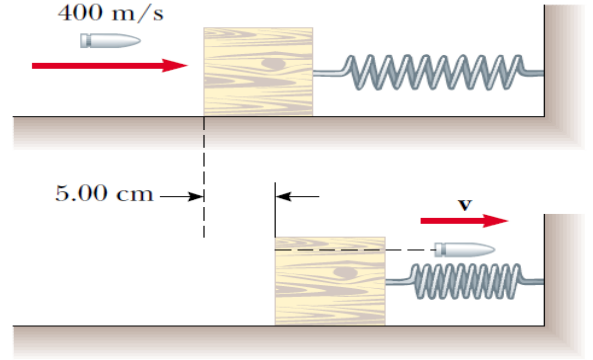
(1) ve (3) ifadeleri (2) de yerine yazılırsa,

$$\left(\frac{m_1 v}{2m_2}\right)^2 - gl = 4gl \Rightarrow \frac{m_1^2 v^2}{4m_2^2} = 5gl$$

$$v = \frac{2m_2}{m_1} \sqrt{5gl}$$

6- Sürtünmesiz yatay yüzey üzerinde durgun olan 1 kg'lık bir blok, yay sabiti 900 N/m olan bir yaya tutturulmuştur. 400 m/s hızla ilerleyen 5 g'lık bir mermi, Şekil'deki gibi bloğu delip geçiyor. Blok çarpma ile blok sağa doğru 5 cm kayarsa,

- a) merminin bloğu terk etme hızını,
b) çarpışmadaki enerji kaybını bulunuz.



$$m_1 = 5 \cdot 10^{-3} \text{ kg}, \quad v_1 = 400 \text{ m/s}, \quad m_2 = 1 \text{ kg}, \quad k = 900 \text{ N/m}, \quad x = 5 \cdot 10^{-2} \text{ m}$$

(mermi)

a) yüzey sürtünmesiz, bu durumda (blok+yay) sisteminin enerji korunumu yazılırsa

$$E_1 = E_2$$

$$K_1 + U_1 = K_2 + U_2$$

$$\frac{1}{2} m_1 v_1^2 + 0 = 0 + \frac{1}{2} k x^2$$

$$v_{\text{Blok}} = \sqrt{\frac{k x^2}{m_2}} = \sqrt{\frac{900 (5 \cdot 10^{-2})^2}{1}}$$

$$v_{\text{Blok}} = \underline{1,5 \text{ m/s}}$$

(merminin aktardığı momentum ile v_{Blok} hızını kazanan blok, yayı x kadar sıkıştırarak bir an durur.)

(Mermi - blok) çarpışmasında momentum korunur :

$$m_1 \cdot v_1 + m_2 \cdot v_2 = m_1 v_1' + m_2 v_2' \quad v_2' = v_{\text{Blok}} = 1,5 \text{ m/s}$$

$$(5 \cdot 10^{-3}) (400) + 0 = 5 \cdot 10^{-3} \cdot v_1' + 1 \cdot (1,5)$$

$$v_1' = \underline{100 \text{ m/s}}$$

b) (Mermi - blok) çarpışmasında enerji korunmaz, çarpışmadaki enerji kaybı, $\Delta E = E_2 - E_1$

$$= (K_2 + U_2) - (K_1 + U_1)$$

$$\text{veya } \Delta E = \Delta K + \Delta U$$

$$= \frac{1}{2} m (v_1'^2 - v_1^2) + \frac{1}{2} k x^2$$

$$\Delta E = \frac{1}{2} 5 \cdot 10^{-3} (100^2 - 400^2) + \frac{1}{2} \cdot 900 (0,05)^2$$

$$\Delta E = \underline{-374 \text{ J}}$$

$$K_1 = \frac{1}{2} m_1 v_1^2$$

$$U_1 = 0$$

$$K_2 = \frac{1}{2} m v_1'^2$$

$$U_2 = \frac{1}{2} k x^2$$

(Blok, yayı 5cm sıkıştırarak duruyor.)

