

2014/2 MÜHENDİSLİK BÖLÜMLERİ FİZİK 2

UYGULAMA 1

(Elektrik Alanları)

1. Yüzeği iletken boya ile kaplanmış mantar bir küre **-0,4 nC** yük ile yükleniyor. Ardından özdeş ve yüksüz bir küreye değdiriliyor. Küreler daha sonra birbirlerinden ayrılıyor. Daha sonra, ikinci küre üçüncü bir yüksüz küreye değdirilip birbirinden ayrılıyor. Son durumda kürelerin yükünü ve elektron sayısını bulunuz.

Küreler özdeş olduklarından ilk temastan sonra, 1. ve 2. kürelerin yükleri;

$$q_1 = \frac{1}{2} (-0,4 \times 10^{-9}) = -2 \times 10^{-10} \text{ C}$$

Bu yükteki elektron sayısı;

$$N_1 = \frac{2 \times 10^{-10}}{1,602 \times 10^{-19} \text{ C/elektron}} = 1,25 \times 10^9 \text{ elektron}$$

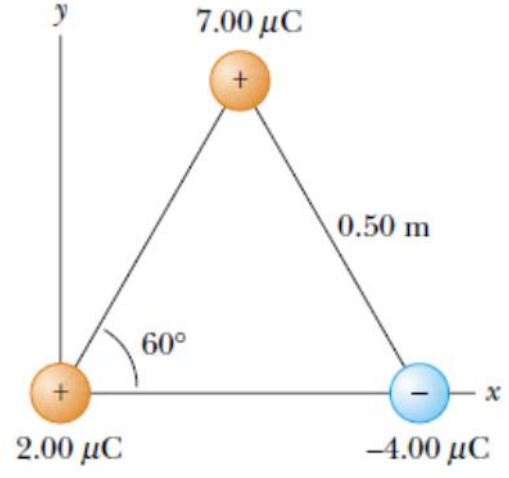
2. kürenin 3. küreye teması sonucu, 2. ve 3. kürelerin yükleri;

$$q_2 = q_3 = \frac{1}{2} (-2 \times 10^{-10}) = -1 \times 10^{-10} \text{ C}$$

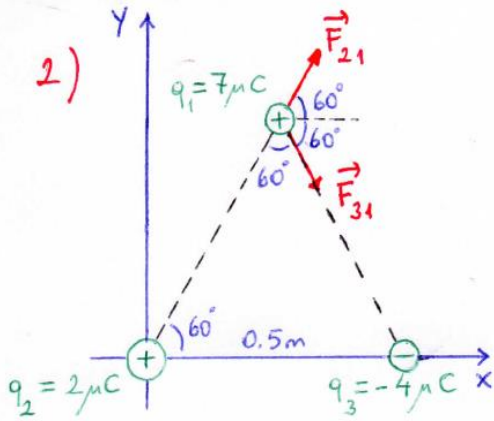
Bu yüklerdeki elektron sayısı;

$$N_2 = N_3 = \frac{1 \times 10^{-10}}{1,602 \times 10^{-19}} = 6,2 \times 10^8 \text{ elektron}$$

2. **Şekil 1**'deki gibi noktasal üç yük eşkenar üçgenin köşelerine yerleştirilmiştir. $7 \mu\text{C}$ 'lik yük üzerindeki bileşke elektriksel kuvveti bulunuz.



Şekil 1



$+7 \mu\text{C}$ 'lik yüke etkijen bileşke elektrikel kuvvet;

$$\vec{F}_1 = \vec{F}_{21} + \vec{F}_{31}$$

Sırasıyla \vec{F}_{21} ve \vec{F}_{31} kuvvetlerini bulalım;

$$|\vec{F}_{21}| = F_{21} = k \frac{q_2 q_1}{r_{21}^2} \quad k = 9 \cdot 10^9 \text{ N m}^2 / \text{C}^2$$

$$F_{21} = 9 \cdot 10^9 \frac{2 \cdot 10^{-6} \cdot 7 \cdot 10^{-6}}{0,5^2} = 0,504 \text{ N}$$

$$\vec{F}_{21} = F_{21} \cos 60 \hat{i} + F_{21} \sin 60 \hat{j} = 0,252 \hat{i} + 0,436 \hat{j} \quad (\text{N})$$

$$F_{31} = k \frac{q_3 q_1}{r_{31}^2} = 9 \cdot 10^9 \frac{4 \cdot 10^{-6} \cdot 7 \cdot 10^{-6}}{0,5^2} = 1,008 \text{ N}$$

$$\vec{F}_{31} = F_{31} \cos 300 \hat{i} + F_{31} \sin 300 \hat{j} = F_{31} \cos 60 \hat{i} + F_{31} \sin(-60) \hat{j}$$

$$\vec{F}_{31} = 0,504 \hat{i} - 0,873 \hat{j} \quad (\text{N})$$

Bileşke kuvvet;

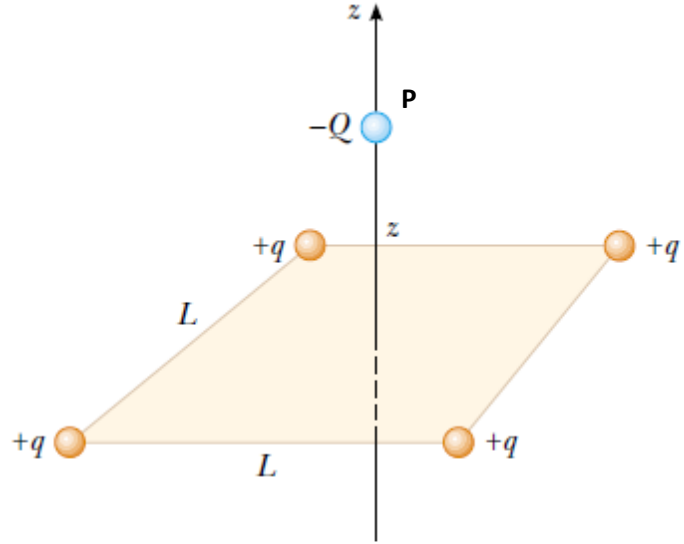
$$\vec{F}_1 = \vec{F}_{21} + \vec{F}_{31}$$

$$\vec{F}_1 = (0,252 \hat{i} + 0,436 \hat{j}) + (0,504 \hat{i} - 0,873 \hat{j})$$

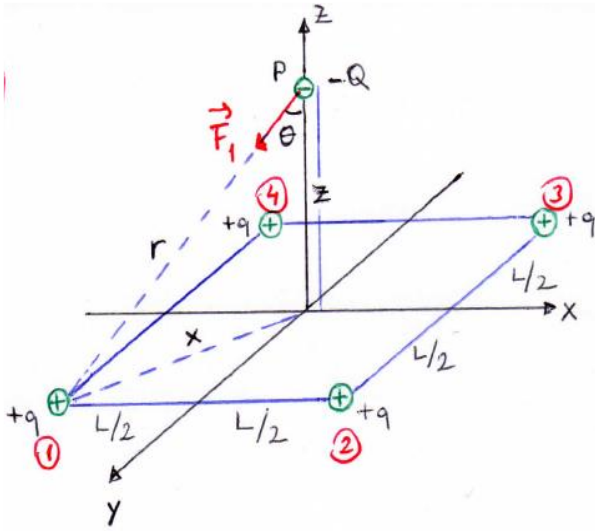
$$\vec{F}_1 = 0,756 \hat{i} - 0,437 \hat{j} \quad (\text{N})$$

$$|\vec{F}_1| = F_1 = \sqrt{(0,756)^2 + (-0,437)^2} = 0,873 \text{ N}$$

3. Dört noktasal $+q$ yükü, kenar uzunluğu L olan karenin köşelerine **Şekil 2**'deki gibi yerleştirilmiştir. Karenin merkezinden geçen, kare düzlemine dik z eksenindeki P noktasında bulunan $-Q$ nokta yüküne etkiyen bileşke elektriksel kuvveti bulunuz.



Şekil 2



$$F_1 = F_2 = F_3 = F_4 = k \frac{qQ}{r^2}$$

Sistem simetrisinden dolayı $\sum \vec{F}_x = 0$ dir.

$$\vec{F}_{12} = -k \frac{qQ}{r^2} \cos \theta \hat{k}$$

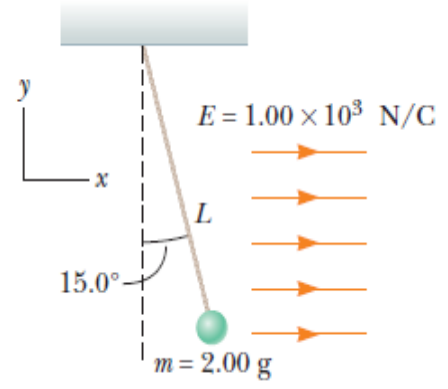
$$\cos \theta = \frac{z}{r}$$

$$\vec{F}_{12} = -k \frac{qQ}{r^3} z \hat{k}$$

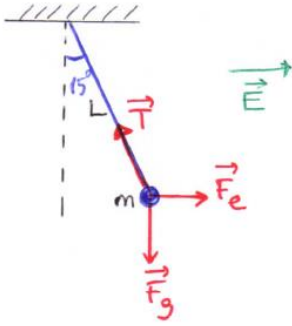
$$\sum \vec{F}_2 = 4 \vec{F}_{12} \quad \left\{ x = \frac{\sqrt{2}}{2} L \quad \text{ve} \quad r = \sqrt{z^2 + \left(\frac{L\sqrt{2}}{2}\right)^2} \right\}$$

$$\sum \vec{F}_2 = -4k \frac{qQ}{\left(z^2 + \frac{L^2}{2}\right)^{3/2}} z \hat{k}$$

4. 2g kütleli bir plastik top küre Şekil 3'te görüldüğü gibi 20 cm uzunluğunda ince bir ipe asılmıştır. Düzgün bir elektrik alan +x doğrultusunda uygulanıyor. İp dikey olarak 15° lik açı yaptığında top dengeye gelmektedir. Plastik top üzerindeki net yükü hesaplayınız.



Şekil 3



Serbest cisim diyagramından,

$$\sum \vec{F}_y = 0$$

$$T \cos 15^\circ - F_g = 0$$

$$T = \frac{mg}{\cos 15^\circ} = \frac{2 \cdot 10^{-3} \cdot 9,8}{\cos 15} = 2,03 \cdot 10^{-2} \text{ N}$$

Aynı şekilde;

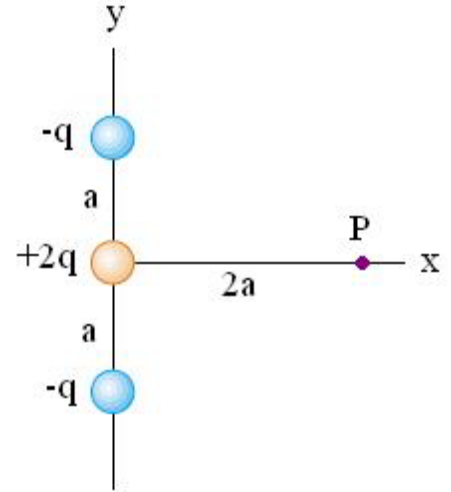
$$\sum \vec{F}_x = 0$$

$$T \sin 15^\circ - qE = 0$$

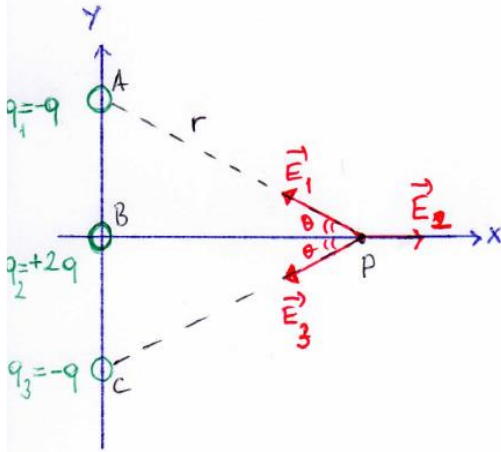
$$q = \frac{T \sin 15}{E} = \frac{2,03 \cdot 10^{-2} \sin 15}{1 \cdot 10^3} = 5,25 \cdot 10^{-6} \text{ C}$$

$$q = 5,25 \mu\text{C}$$

5. Şekil 4'teki gibi y ekseninde bulunan $-q$, $+2q$ ve $-q$ noktasal yüklerin P noktasında oluşturdukları elektrik alanı bulunuz. Eğer P noktasına Q yükü konulursa, bu yüke etki eden bileşke kuvveti bulunuz.



Şekil 4



$$r = |AP| = |CP| = \sqrt{a^2 + (2a)^2} = a\sqrt{5}$$

$$|AB| = |BC| = a$$

$$|BP| = 2a$$

$$\cos \theta = \frac{2a}{a\sqrt{5}} = \frac{2}{\sqrt{5}}$$

$$\sin \theta = \frac{a}{a\sqrt{5}} = \frac{1}{\sqrt{5}}$$

P noktasındaki elektrik alan;

$$\vec{E}_P = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 + \vec{E}_3$$

$$E_1 = E_3 = k \frac{q}{r^2} = k \frac{q}{(a\sqrt{5})^2} = k \frac{q}{5a^2}$$

$$\vec{E}_1 = E_1 \cos \theta (-\hat{i}) + E_1 \sin \theta (\hat{j})$$

$$\vec{E}_3 = E_3 \cos \theta (-\hat{i}) + E_3 \sin \theta (-\hat{j})$$

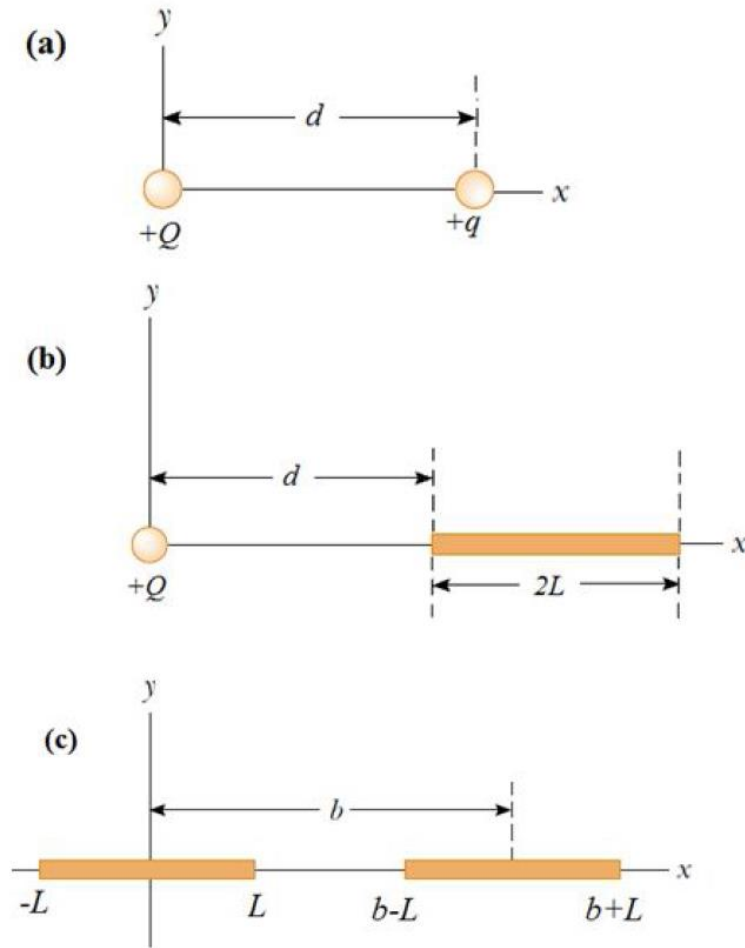
$$E_2 = \frac{k2q}{(2a)^2} = k \frac{q}{2a^2}$$

$$\vec{E}_2 = k \frac{q}{2a^2} \hat{i}$$

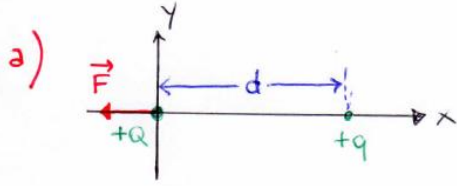
$$\vec{E}_P = \frac{kq}{2a^2} \hat{i} - \frac{4kq}{5a^2\sqrt{5}} \hat{i} = \left(\frac{1}{2a^2} - \frac{4}{5a^2\sqrt{5}} \right) kq \hat{i} \left(\frac{N}{C} \right)$$

$$\vec{F}_P = Q \cdot E_P = \left(\frac{1}{2a^2} - \frac{4}{5a^2\sqrt{5}} \right) kqQ \hat{i} \quad (N)$$

6. a) **Şekil 5 (a)**'daki noktasal $+q$ yükünün, kendisinden d kadar uzakta oluşturduğu elektrik alanı ve bu noktaya konulan $+Q$ yüküne uyguladığı elektriksel kuvveti bulunuz.
- b) **Şekil 5 (b)**'deki $2L$ uzunluğunda düzgün yüklü ince bir çubuğun, bir ucundan d kadar uzakta oluşturduğu elektrik alanı ve bu noktaya konulan $+Q$ yüküne uyguladığı elektriksel kuvveti bulunuz.
- c) Özdeş, $2L$ uzunluğunda ve düzgün yüklü iki çubuk, x -ekseni boyunca merkezleri arasındaki uzaklık $b > L$ olacak biçimde **Şekil 5 (c)**'deki gibi yerleştirilmiştir. Sağdaki çubuğun soldaki çubuğa uyguladığı elektriksel kuvveti bulunuz.

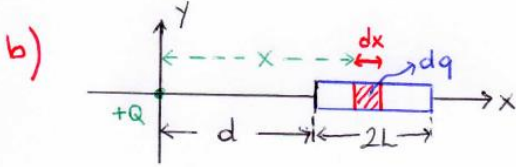


Şekil 5



$$E = k \frac{q}{d^2}$$

$$F = QE = k \frac{qQ}{d^2}$$



$$E = \int_d^{d+2L} dE = \int_d^{d+2L} k \frac{dq}{x^2}$$

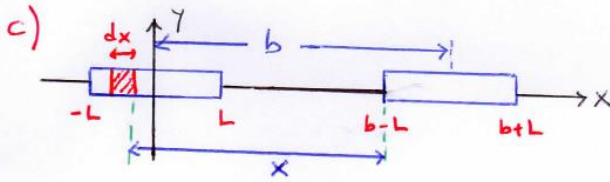
$$dq = \lambda dx$$

$$\lambda = \frac{q}{2L}$$

$$E = k \lambda \int_d^{d+2L} \frac{dx}{x^2} = k \lambda \left[-\frac{1}{x} \right]_d^{d+2L}$$

$$E = k \frac{q}{2L} \left(-\frac{1}{d+2L} + \frac{1}{d} \right) = \frac{kq}{d(d+2L)}$$

$$F = QE = \frac{kqQ}{d(d+2L)}$$



(b) fıkkındaki sonuca göre, çubuğun d kadar Q yüküne uyguladığı elektriksel kuvvet $F = k \frac{qQ}{d(d+2L)}$ olarak bulunmuştur.

Bu sonuca göre sağdaki çubuğun soldaki çubuk üzerindeki herhangi bir dq yük elemanına uygulayacağı dF elektriksel kuvveti

$$dF = k \frac{q dq}{x(x+2L)} \quad dq = \lambda dx = \frac{q}{2L} dx$$

$$F = \int_{b-2L}^b dF = \frac{kq^2}{2L} \int_{b-2L}^b \frac{dx}{x(x+2L)}$$

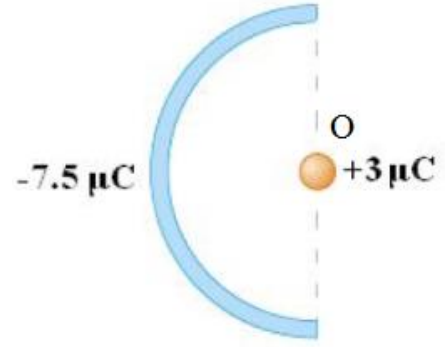
Bilgi: $\int \frac{dx}{x(x+a)} = \frac{1}{a} \ln\left(\frac{x}{x+a}\right) + c$

$$F = \frac{kq^2}{2L} \left[\frac{1}{2L} \ln\left(\frac{x}{x+2L}\right) \right]_{b-2L}^b$$

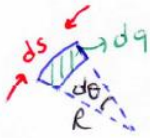
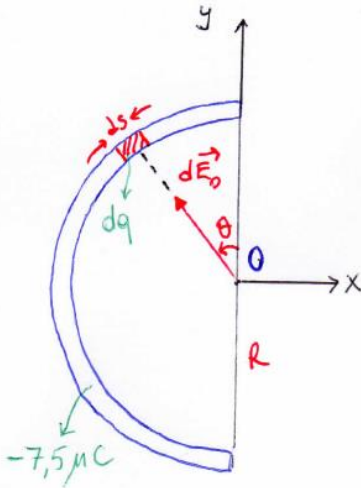
$$F = \frac{kq^2}{4L^2} \left[\ln\left(\frac{b}{b+2L}\right) - \ln\left(\frac{b-2L}{b-2L+2L}\right) \right] = \frac{kq^2}{4L^2} \ln\left(\frac{b}{b+2L} \cdot \frac{b}{b-2L}\right)$$

$$F = \frac{kq^2}{4L^2} \ln\left(\frac{b^2}{b^2-4L^2}\right)$$

7. 14 cm uzunluğunda düzgün yüklü yalıtkan bir çubuk Şekil 6'daki gibi yarım daire şeklinde bükülüyor. Çubuğun toplam yükü $-7,5 \mu\text{C}$ ise yarım dairenin merkezindeki O noktasında oluşturduğu elektrik alanı bulunuz. Bu noktaya yerleştirilen $+3 \mu\text{C}$ 'lik yüke etkileyen elektriksel kuvveti bulunuz.



Şekil 6



$$dq = \lambda ds = \lambda R d\theta$$

$$L = \frac{2\pi R}{2} = \pi R$$

$$\lambda = \frac{q}{L}$$

$$\int d\vec{E} = \int k \frac{dq}{r^2} \hat{r}$$

$$\int d\vec{E}_0 = \int d\vec{E}_{0x} (\hat{i}) + \int d\vec{E}_{0y} (\hat{j})$$

Simetriyeden dolayı $\int dE_{0y} (\hat{j}) = 0$ olur.

$$E_0 = E_{0x} = \int dE_{0x} = \int dE_0 \sin \theta$$

$$E_0 = \int \frac{k dq}{R^2} \sin \theta = \int \frac{k \lambda R d\theta}{R^2} \sin \theta$$

$$E_0 = \frac{k \lambda}{R} \int_0^\pi \sin \theta d\theta = \frac{k \lambda}{R} (-\cos \theta \Big|_0^\pi)$$

$$E_0 = \frac{2k\lambda}{R}$$

$$E_0 = \frac{2kq\pi}{L^2} = \frac{2 \cdot 9 \cdot 10^9 \cdot 7,5 \cdot 10^{-6} \cdot \pi}{0,14^2}$$

$$E_0 = 2,16 \cdot 10^7 (\text{N/C}) = -21,6 \text{ (MN/C)}$$

Yalıtkan çubuk negatif yüklü $\Rightarrow \vec{E}_0 = -21,6 \hat{i} \text{ (MN/C)}$

$+3 \mu\text{C}$ 'lik yüke etkileyen elektriksel kuvvet;

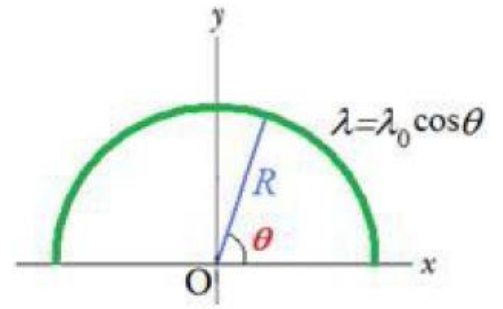
$$\vec{F}_{+3\mu\text{C}} = q \cdot \vec{E}_0 = 3 \cdot 10^{-6} \cdot 21,6 \cdot 10^6 (-\hat{i}) = -64,8 \hat{i} \text{ (N)}$$

8. Şekil 7'de görülen ve yük yoğunluğu $\lambda = \lambda_0 \cos \theta$ bağıntısı

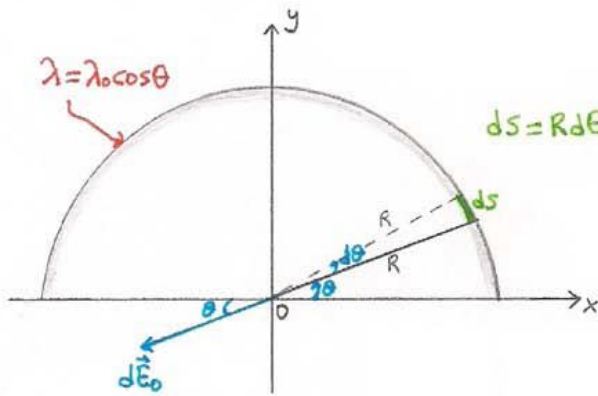
ile değişen yarım çemberin;

(a) üzerindeki toplam yükü,

(b) O noktasındaki elektrik alan vektörünü bulunuz.



Şekil 7



$$a) Q = \int \lambda ds$$

$$Q = \int_0^{\pi} \lambda_0 \cos \theta R d\theta$$

$$Q = \lambda_0 R \int_0^{\pi} \cos \theta d\theta$$

$$Q = \lambda_0 R [\sin \theta]_0^{\pi}$$

$$Q = 0$$

$$b) \vec{E}_0 = \int_0^{\pi} d\vec{E}_0 = \int_0^{\pi} (-dE_0 \cos \theta \hat{i} - dE_0 \sin \theta \hat{j})$$

$$dE_0 = k \frac{dQ}{R^2} = k \frac{\lambda ds}{R^2} = k \frac{\lambda_0 \cos \theta R d\theta}{R^2} = k \frac{\lambda_0}{R} \cos \theta d\theta$$

$$\vec{E}_0 = -k \frac{\lambda_0}{R} \int_0^{\pi} (\cos^2 \theta \hat{i} + \cos \theta \sin \theta \hat{j}) d\theta$$

$$\cos 2\theta = 2\cos^2 \theta - 1 = 1 - 2\sin^2 \theta$$

$$\sin 2\theta = 2\sin \theta \cos \theta$$

$$\vec{E}_0 = -k \frac{\lambda_0}{R} \left(\int_0^{\pi} \frac{1 + \cos 2\theta}{2} d\theta \hat{i} + \int_0^{\pi} \frac{\sin 2\theta}{2} d\theta \hat{j} \right)$$

$$\vec{E}_0 = -k \frac{\lambda_0}{R} \left\{ \left[\frac{\theta}{2} + \frac{\sin 2\theta}{4} \right]_0^{\pi} \hat{i} + \left[-\frac{1}{2} \frac{\cos 2\theta}{2} \right]_0^{\pi} \hat{j} \right\}$$

$$\vec{E}_0 = -k \frac{\pi \lambda_0}{2R} \hat{i}$$

9. Bir proton **640 N/C** değerindeki düzgün bir elektrik alanda durgun halden hızlanıyor. Bir süre sonra hızı **$1,2 \times 10^6 \text{ m/s}$** oluyor.

(a) Protonun ivmesini bulunuz.

(b) Protonun bu hıza ulaşması için ne kadar süre geçmiştir.

(c) Bu sürede ne kadar yol almıştır?

(d) Bu süre sonunda kinetik enerjisi ne kadardır?

$$a) F_e = m \cdot a \Rightarrow a = \frac{qE}{m} = \frac{1,602 \cdot 10^{-19} \cdot 640}{1,67 \cdot 10^{-27}} = 6,14 \cdot 10^{10} \text{ m/s}^2$$

$$b) v_s = v_i + a t \Rightarrow t = \frac{v_s}{a} = \frac{1,2 \cdot 10^6}{6,14 \cdot 10^{10}} = 1,95 \cdot 10^{-5} \text{ s}$$

$$c) x_s - x_i = \frac{1}{2} (v_i + v_s) t$$

$$x_s = \frac{1}{2} (1,2 \cdot 10^6) (1,95 \cdot 10^{-5})$$

$$x_s = 11,7 \text{ m}$$

$$d) K = \frac{1}{2} m v^2 = \frac{1}{2} 1,67 \cdot 10^{-27} (1,2 \cdot 10^6)^2$$

$$K = 1,2 \cdot 10^{-15} \text{ J}$$